

**Esempio 23.12.** 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 4x - 3y = 2 \end{cases} .$$

Calcoliamo i determinanti.


$$D = \begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = a \cdot b_1 - b \cdot a_1 \Rightarrow D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-3) - 3 \cdot 4 = -6 - 12 = -18.$$

Poiché  $D \neq 0$  il sistema è determinato.

$$D_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c_1 & b_1 \end{vmatrix} = c \cdot b_1 - b \cdot c_1 \Rightarrow D_x = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-3) - 3 \cdot 2 = -12 - 6 = -18,$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} = a \cdot c_1 - c \cdot a_1 \Rightarrow D_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 4 \cdot 4 = 4 - 16 = -12.$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-18}{-18} = 1; y = \frac{D_y}{D} = \frac{-12}{-18} = \frac{2}{3}.$$

 *Esercizi proposti:* [23.26](#), [23.27](#), [23.28](#), [23.29](#), [23.30](#)

### 23.2.6 Classificazione dei sistemi rispetto alle soluzioni

Dato un sistema in forma canonica  $\begin{cases} ax + by = c \\ a_1x + b_1y = c_1 \end{cases}$  ricordando che:

$$D = \begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = a \cdot b_1 - b \cdot a_1;$$

$$D_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c_1 & b_1 \end{vmatrix} = c \cdot b_1 - b \cdot c_1;$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} = a \cdot c_1 - c \cdot a_1;$$

- ➔ se  $D \neq 0$  il sistema è *determinato*, esiste una sola coppia soluzione  $x = \frac{D_x}{D}; y = \frac{D_y}{D}$ ;
- ➔ se  $D = 0$  si possono verificare due casi:
  - 1° caso: se  $D_x = 0$  e  $D_y = 0$  il sistema è *indeterminato*, ogni coppia di numeri reali che verifica un'equazione, verifica anche l'altra;
  - 2° caso: se  $D_x \neq 0$  e  $D_y \neq 0$  il sistema è *impossibile*, non esiste alcuna coppia che soddisfa entrambi le equazioni e I. S. =  $\emptyset$ .

**Esempio 23.13.** 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x - 3y = 2 \end{cases} .$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-3) + 3 \cdot (4) = -6 + 12 = 6 \neq 0;$$

il sistema è determinato.